

¿Qué pasa para $E > 0$?

$$\psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + A_1' e^{-ik_1 x}$$

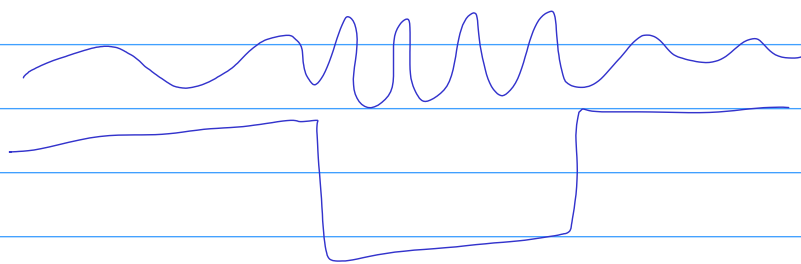
$$\psi_{II}(x) = A_2 e^{ik_2 x} + A_2' e^{-ik_2 x}$$

$$\psi_{III}(x) = A_3 e^{ik_3 x} + A_3' e^{-ik_3 x}$$

• No podemos determinar todo.

• no podemos normalizar.

• cualquier $E > 0$ es válida



Esto significa que para $E > 0$ debemos interpretar la función de onda distinto.

$|\psi(x)|^2$ no es densidad de prob.

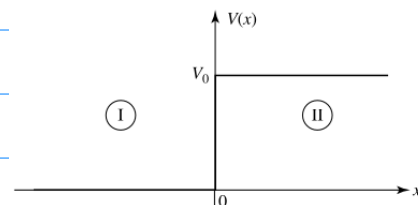
Relativo: Cuánto entra vs cuánto sale

Es un flujo

Para una condición inicial realista, tendremos un paquete de onda localizado que sí podemos normalizar (pero no es un estado estacionario).

Escalón

(es más fácil empezar)
aquí



d) Caso $E > V_0$

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = k_1$$

$$\sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}} = k_2$$

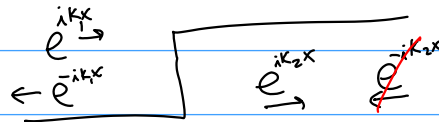
$$\psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + A_1' e^{-ik_1 x}$$

$$\psi_{II}(x) = A_2 e^{ik_2 x} + A_2' e^{-ik_2 x}$$

Con $\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$ y $\psi'_I(0) = \psi'_{II}(0)$ no determinamos A_1, A'_1, A_2, A'_2 .

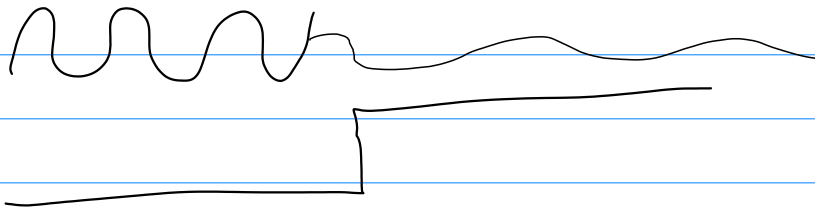
Aquí no aplica la normalización $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$

Por eso nos limitamos al caso $A'_2 = 0$ que significa la partícula viene de la izq.



$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

Para $\psi = A e^{ik_1 x} + A' e^{-ik_1 x}$ $J = \frac{\hbar k}{m} [|A|^2 - |A'|^2]$



Es interesante $R = \frac{J_{reflejada}}{J_{incidente}} = \left| \frac{A'}{A} \right|^2$ $T = \frac{J_{trans}}{J_{incidente}} = \frac{k_2}{k_1} \left| \frac{A_2}{A_1} \right|^2$

$\psi_I(x) = A_1 e^{ik_1 x} + A'_1 e^{-ik_1 x}$	$\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$	$A_1 + A'_1 = A_2$
$\psi_{II}(x) = A_2 e^{ik_2 x} + \cancel{A'_2 e^{-ik_2 x}}$	$\psi'_I(0) = \psi'_{II}(0)$	$iA_1 k_1 - iA'_1 k_1 = iA_2 k_2$

$$A_1 k_1 - A'_1 k_1 = (A_1 + A'_1) k_2 \Rightarrow A_1 (k_1 - k_2) = A'_1 (k_1 + k_2)$$

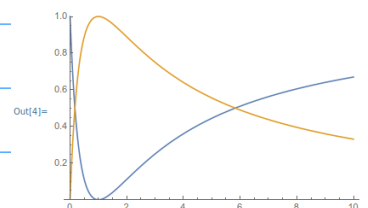
$$\Rightarrow \frac{A'_1}{A_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}$$

$$R = 1 - \frac{4k_2/k_1}{(1 + k_2/k_1)^2} \quad T = \frac{4k_2/k_1}{(1 + k_2/k_1)^2}$$

Para $\frac{k_2}{k_1} = 1$ $R = 0, T = 1$

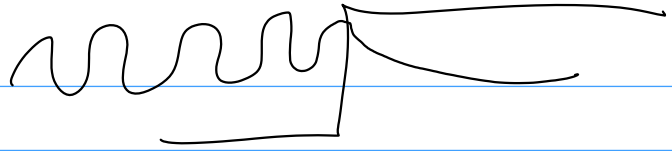
In[4]= Plot[$\left\{1 - \frac{4x}{(1+x)^2}, \frac{4x}{(1+x)^2}\right\}, \{x, 0, 10\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1\}$]



In[5]= Solve[$1 - \frac{4x}{(1+x)^2} = 0, x$]

Out[5]= $\{\{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 1\}\}$

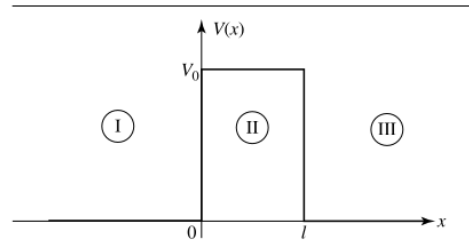
B) Caso $E < V_0$



$$R = 1$$

Tarea.

Barreras de potencial



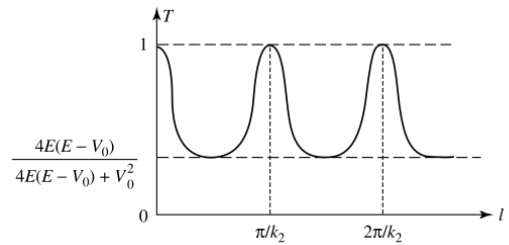
$$\begin{aligned}\varphi_I(x) &= A_1 e^{ik_1 x} + A_1' e^{-ik_1 x} \\ \varphi_{II}(x) &= A_2 e^{ik_2 x} + A_2' e^{-ik_2 x} \\ \varphi_{III}(x) &= A_3 e^{ik_1 x} + A_3' e^{-ik_1 x}\end{aligned}$$

$$R = \left| \frac{A_1'}{A_1} \right|^2 = \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2 k_2 l}{4k_1^2 k_2^2 + (k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2 k_2 l}$$

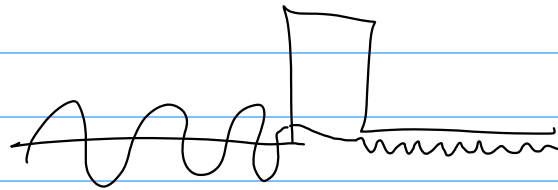
$$T = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{4k_1^2 k_2^2}{4k_1^2 k_2^2 + (k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2 k_2 l}$$

It is then easy to verify that $R + T = 1$. Taking (9)

$$T = \frac{4E(E - V_0)}{4E(E - V_0) + V_0^2 \sin^2 \left[\sqrt{2m(E - V_0)} l / \hbar \right]}$$



Para $E < V_0$ esto es un modelo de juguete para efecto túnel



Cambian do

$$k_2 \rightarrow -i\beta_2$$

$$T = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{4E(V_0 - E)}{4E(V_0 - E) + V_0^2 \sinh^2 \left[\sqrt{2m(V_0 - E)} l / \hbar \right]}$$

with, of course, $R = 1 - T$. When $\rho_2 l \gg 1$, we have:

$$T \simeq \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2\rho_2 l}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$